Über polaristrobometrische Methoden, insbesondere über Halbschattenapparate.

Von **F. Lippich** in Prag.

(Mit 1 Tafel.)

I.

Durch eine genauere Untersuchung über die Polarisationsart im Gesichtsfelde eines Polarisationsprismas, habe ich in meiner früheren Arbeit: „Über polaristrobometrische Methoden“[1] die Grundlage gewonnen für die Beurtheilung und für die Vervollkommnung jener Messinstrumente, bei welchen es auf genaue Ermittlung der Lage der Polarisationsebene des Lichtes ankommt und habe auch verschiedene diesbezügliche Methoden des Näheren besprochen und durch experimentelle Daten illustrirt. Hiebei wurde jedoch die Halbschattenmethode und gerade in jener Form, in der sie die häufigste Anwendung findet, nur ganz gelegentlich berührt und nur im Art. XII ein Verfahren angegeben, das dem Principe nach mit dieser Methode übereinstimmt, bezüglich der ganzen Zusammenstellung des Apparates aber sehr wesentlich von der gebräuchlichen abweicht Meine Versuche waren dazumal nach dieser Richtung hin einerseits noch wenig ausgedehnt worden und anderseits, insoweit sie zu Resultaten geführt hatten, bereits in einer kleinen Arbeit. „Über ein Halbschattenpolarimeter“[2] veröffentlicht worden. Gegenwärtig möchte ich auf die Halbschattenmethode zurückkommen, um einige Verbesserungen anzuführen, die mir nicht unwesentlich scheinen.

---

[1] Sitzb. d. Wr. Akademie, LXXXV, S. 268.

[2] Naturwissenschaftliches Jahrbuch „Lotos“, neue Folge, II. Band, Prag, 1880.

Bekanntlich handelt es sich bei dieser Methode darum, ein Gesichtsfeld herzustellen, das aus zwei scharf aneinander grenzenden Theilen besteht, welche vermöge der verschiedenen Orientirung ihrer zugehörigen Hauptschnitte, auch bei verschiedenen Stellungen des Analysators die grösste Dunkelheit zeigen, für eine Zwischenstellung derselben aber, gleiche Beschattung, die hauptsächlich durch das Verschwinden der Trennungslinie zwischen beiden Gesichtsfeldhälften beurtheilt werden soll.

Eine Verbesserung gegenüber den gebräuchlichen Apparaten von Jelett, Cornu, Laurent u. A. wird sich zunächst auf eine Erhöhung der Empfindlichkeit oder Genauigkeit der Einstellung und auf eine allgemeinere Verwendbarkeit zu beziehen haben und demgemäss eine Reihe neuer Anforderungen an die Construction des Apparates stellen.

Was nun die Genauigkeit der Einstellung betrifft, so wird dieselbe unter sonst gleichen Umständen, d. h. bei gleicher Wahl und Anordnung der Polarisatoren und der übrigen optischen Theile, nur durch Erhöhung der Intensität der Lichtquelle gesteigert werden können, wenn man gleichzeitig dafür sorgt, dass der Winkel zwischen den Hauptschnitten der Gesichtsfeldhälften entsprechend verkleinert werden kann. [1]

Eine Veränderlichkeit dieses Winkels der Hauptschnitte innerhalb gewisser Grenzen, wird also als eine der ersten zu stellenden Anforderungen anzusehen sein, und es ist ja in der That bekannt, dass die Laurent'sche Einrichtung, welche diese Veränderlichkeit zuerst ermöglicht hat, einen wesentlichen Fortschritt in der Construction der Halbschattenapparate bezeichnet.

Hat man bei gegebener Lichtquelle den günstigsten Werth des Winkels der Hauptschnitte und damit den günstigsten Grad der Beschattung, bei welcher Gleichheit der Gesichtsfeldhälften eintritt, gewählt, dann wird die Genauigkeit der Einstellung noch immer durch mancherlei Umstände bedingt sein, deren Einfluss bei oberflächlicher Betrachtung oft leicht unterschätzt wird. Vor Allem ist die Constructionsart der Polarisationsprismen, die zur Verwendung kommen sollen, wohl zu beachten und es ist hier

[1] A. a. O. S. 304.

daran zu erinnern, dass Nicol'sche Prismen gewöhnlicher Construction in gekreuzter Stellung die Erscheinung des dunkeln Streifens geben, dessen Lage, Schärfe und Beweglichkeit in der oben citirten Abhandlung näher untersucht wurde bezüglich der Abhängigkeit von den Polarisatoren und der Art ihrer Anordnung. Richtet man das Hauptaugenmerk auf das Verschwinden der Grenzlinie der beiden Gesichtsfeldhälften, so wird man, damit dieses Verschwinden mit gleichbleibender Sicherheit beobachtet werden kann, die Wahl so treffen müssen, dass der dunkle Streifen parallel der Trennungslinie zu Stande kommt, denn nur dann wird das Verschwinden dieser Linie gleichzeitig in ihrer ganzen Ausdehnung erfolgen können. Diese Lage des Streifens muss ferner erhalten bleiben, wenn der Analysator um 180° gedreht worden ist, und auch dann, wenn eine active Substanz eingeschaltet wird, und man kann diesen gestellten Bedingungen in der That dadurch genügen, dass man als Analysator ein Polarisationsprisma mit normalen Gesichtsfeld wählt, ein Prisma also, bei welchem die optische Axe sehr nahe normal steht zur Richtung der durchgehenden Strahlenbündel[1]. Selbst für mässige Intensitäten der Lichtquelle, bei denen dieser dunkle Streifen und die Abschattung des Gesichtsfeldes parallel demselben kaum bemerkbar wird, ist diese Wahl des Analysators von Wichtigkeit, denn es handelt sich bei der Einstellung eben um kleine Helligkeitsunterschiede, die an der Grenze der Wahrnehmbarkeit liegen.

Es ist aber das Verschwinden der Trennungslinie keineswegs das einzige oder wichtigste Moment, welches für die Sicherheit der Einstellung des Analysators in Frage kommt. Verfolgt man eine Reihe von Einstellungen an einem Halbschattenapparate mit einiger Aufmerksamkeit, so wird man bald erkennen, dass nicht bloss die Zonen zu beiden Seiten der Trennungslinie, sondern auch die übrigen Partieen des Gesichtsfeldes zur Beurtheilung herangezogen werden und desshalb ist es von besonderer Wichtigkeit, dass die Helligkeitsvertheilung im ganzen Gesichtsfelde eine möglichst gleichförmige sei. Andernfalls, wenn grössere Theile des Gesichtsfeldes verschiedene Helligkeit zeigen, wird

[1] A. a. O. S. 274, 277, 279, 291.

die Einstellung dadurch unsicher, dass man dieselbe nach der Helligkeit bald dieser, bald jener Partieen beurtheilt, und auch hier handelt es sich wieder um Helligkeitsunterschiede, die an der Grenze der Wahrnehmbarkeit liegen. Indem man als Polarisator ebenfalls Prismen mit normalem Gesichtsfelde verwendet, wird man der Bedingung dieser Gleichförmigkeit insoweit genügen können, als hiefür die Polarisatoren allein massgebend sind. Auf die Helligkeitsvertheilung im Gesichtsfelde ist aber auch noch die Beschaffenheit der Lichtquelle von Einfluss und je nach der Anordnung des Apparates wird von ihrer Oberfläche ein grösserer oder geringerer Theil und die in diesem Theile vorhandene Helligkeitsvertheilung in Betracht zu ziehen sein.

Was endlich die allgemeinere Verwendbarkeit der Halbschattenmethode anbelangt, so möchte hier insbesondere auf die wichtige Forderung hinzuweisen sein, dass der Apparat die Anwendung beliebiger heterogener und namentlich homogener Lichtquellen gestatten soll. Dieser Forderung genügen wohl die Zwillingspolarisatoren von Jelett, Cornu und von Schmidt u. Haensch, bei diesen ist es aber nicht möglich, den Winkel der Hauptschnitte beider Polarisatorhälften abzuändern, während wieder die Laurent'sche Platte nur für eine bestimmte Wellenlänge passend hergestellt werden kann. Will man sich überdies nicht auf einige wenige homogene Farben beschränken, so können nur Spectralfarben in Betracht kommen und es wird demnach die Verbindung der Halbschattenmethode mit der spectralen Auflösung des zu Gebote stehenden Lichtes gefordert werden müssen.

Einen Apparat zu construiren, der bei möglichst hoher Empfindlichkeit gestattet, die Beschattung beliebig zu wählen, der überdies die Anwendung beliebiger Lichtquellen ermöglicht, mögen dieselben in Bezug auf Intensität, Zusammensetzung des Lichtes und Helligkeitsvertheilung wie immer beschaffen sein und der insbesondere auch für spectrale Auflösung des Lichtes geeignet ist, war die Aufgabe, die ich mir gestellt und in zwei verschiedenen Formen, wie sie im Nachfolgenden angegeben werden sollen, gelöst habe, in zwei Formen, von denen jede ihre besonderen Vortheile darbieten dürfte und die leicht in einen einzigen Apparat so vereinigt werden können, dass man nach Belieben die eine oder die andere in Anwendung zu bringen vermag.

II.

Die gebräuchlichen Polarimeter sind so eingerichtet, dass mittelst eines kleinen Fernrohres, vor dessen Objectiv der Analysator angebracht ist, der Polarisator, oder vielmehr ein an diesem befindliches Diaphragma auvisirt wird. Die Strahlen, die sich demnach in dem Bildpunkte vereinigen, der irgend einem Punkte dieser Diaphragmaöffnung entspricht, erfüllen vor der Brechung durch das Fernrohrobjectiv einen Strahlenkegel, dessen Basis mit der Diaphragmaöffnung vor dem Analysator und dessen Spitze mit dem betreffenden Punkte des Diaphragmas am Polarisator zusammenfällt; die zum Bilde vereinigten Strahlen sind daher nicht als Parallelstrahlenbündel durch die Polarisatoren gegangen.

Hieraus folgt aber, wie ich gezeigt habe,[1] dass im Allgemeinen eine immer grössere Aufhellung des Gesichtsfeldes mit steigender Intensität der Lichtquelle eintreten muss, nämlich immer dann, wenn nicht beide Polarisatoren gleichzeitig normale Gesichtsfelder besitzen. Da ferner die gewöhnliche Anordnung der Halbschattenapparate eine Lichtquelle erfordern, die noch innerhalb eines beträchtlichen Theiles constante Helligkeit besitzt, was um so schwieriger zu erreichen ist, je intensiver die Lichtquelle sein soll und endlich diese Anordnung ohne weiteres die Anwendung von Spectralfarben nicht zulässt; so habe ich zunächst eine andere Anordnung versucht, die von den eben genannten Mängeln frei ist und die ich hier der Vollständigkeit wegen, in Kürze beschreiben will. Wesentlich an derselben ist, dass die Polarisatoren durch Anwendung eines Collimators in paralleles Licht gestellt werden und es mag daher der Apparat als Halbschattenapparat mit Collimator bezeichnet werden.

Zwischen den Fernrohr- und Collimatorobjectiven befinden sich die Polarisationsprismen, die am besten so gewählt sind, dass beide normales Gesichtsfeld haben. Das am Fernrohrobjectiv befindliche, analysirende Prisma ist drehbar um die gemeinsame optische Axe von Fernrohr und Collimator, das dem Objectiv des letzteren zunächst gelegene polarisirende Prisma ist fest

[1] A. a. O. S. 299—301.

aufgestellt. In der Brennebene des Collimatorobjectives befindet sich die Lichtspalte, deren Breite und Höhe regulirt werden kann; der Collimator ist mit einem Heliometerobjectiv versehen und der Polarisator besteht gleichfalls aus zwei Theilen, deren Hauptschnitte innerhalb gewisser Grenzen beliebige Neigung gegen einander erhalten können; der eine Theil des Polarisators steht vor der einen, der andere vor der anderen Hälfte des Heliometerobjectives. Einen derartigen Polarisator kann man z. B. erhalten, indem man ein Polarisationsprisma durch einen Längsschnitt in zwei Hälften theilt, diese in einem Rohrstück so fasst, dass zwischen den Schnittflächen bei paralleler Stellung der Hauptschnitte ein Spielraum von etwa 1 bis 1·5 Mm. Dicke bleibt, und während die eine Hälfte im Rohrstück festgemacht ist, die andere um die Axe des Rohrstückes gedreht werden kann; dieses Rohrstück wird dann so vor das Collimatorobjectiv gestellt, dass die Schnittebene seines Objectives durch den Zwischenraum zwischen beiden Polarisatorhälften hindurchgeht.

Wenn man nun mit Hilfe des Heliometerobjectives das Bild der Spaltöffnung verdoppelt, so ist sofort ersichtlich, dass zu Folge der gewählten Stellung des Polarisators gegen das Objectiv alle Strahlen, die sich zu dem einen Bilde vereinigen, nur durch die eine, und alle Strahlen, die das andere Bild erzeugen, nur durch die andere Hälfte des Polarisators gegangen sind, dass also in den beiden Bildern die Hauptschnitte einen Winkel mit einander bilden werden, gleich dem Winkel der Hauptschnitte der beiden Polarisatorhälften. Lässt man die beiden Bilder der rechteckigen Öffnung sich längs einer Seite berühren, so erhält man demnach, wie bei einem gewöhnlichen Halbschattenapparate, ein aus zwei Theilen bestehendes Gesichtsfeld, deren Hauptschnitte verschieden orientirt sind und die jetzt in optischem Contact sich befinden.

Die Spaltöffnung und daher auch die leuchtende Fläche kann jetzt sehr mässige Dimensionen erhalten. Macht man z. B. die Spaltbreite gleich 1 Mm. bei einer 5maligen Fernrohrvergrösserung und verdoppelt das Spaltenbild senkrecht zur Spaltrichtung, so erhält man ein Gesichtsfeld von 10 Mm. Breite.

Ganz besonders möchte noch hervorzuheben sein, dass die beschriebene Anordnung eine Vervielfachung der Halb-

schattenmethode gestattet, die eine wesentliche Erhöhung der Genauigkeit verspricht. Sie wird dadurch erreicht, dass man an die Collimatorspalte ein Gitter anbringt, dessen Stäbe senkrecht zur Spaltlänge verlaufen und bei welchem die Breite der Stäbe genau gleich ist der Breite der Zwischenräume. Verdoppelt man dann das Spaltenbild so, dass die hellen Zwischenräume des einen Bildes genau auf die dunkeln des anderen Bildes fallen, so erhält man eine ganze Reihe von Trennungslinien, die alle gleichzeitig bei der entsprechenden Stellung des Analysators verschwinden müssen. Beim Drehen desselben nach der einen oder der anderen Richtung wird bald das eine, bald das andere System der Horizontalstreifen dunkler erscheinen, und da immer ein Streifen durch zwei von anderer Helligkeit eingefasst erscheint, so muss sich der Moment der gleichförmigen Helligkeit viel sicherer beurtheilen lassen. Das Verhalten des Gesichtsfeldes erinnert an das eines Wild'schen Polaristrobometers mit Savart'schem Polariskop, es besteht aber diesem letzteren gegenüber der sehr wesentliche Unterschied, dass die Streifen viel breiter gemacht werden können und jeder Streifen in seiner ganzen Breite fortwährend gleichförmige Helligkeit behält.

Man könnte zwar, namentlich wenn immer dieselbe Spaltöffnung und auch dieselbe Art der Verdopplung ihres Bildes angewendet wird, diese Verdopplung statt durch ein Heliometerobjectiv auch auf andere Weise, z. B. durch Einschaltung eines Prismas von entsprechenden kleinen brechenden Winkel zwischen das Objectiv des Collimators und der einen Hälfte des Polarisators bewirken. Da jedoch die beiden Hälften des Polarisators selbst, und zwar je nach der Art der Herstellung desselben, verschiedene prismatische Fehler haben können und für sich allein schon Verschiebungen der beiden Bilder zu bewirken im Stande sind, die theilweise wieder corrigirt werden müssen, so spricht schon dieser Umstand allein für die Anwendung eines Heliometerobjectivs, und zwar eines derartigen, bei welchem die eine Hälfte parallel und senkrecht zur Schnittfläche verschoben werden kann.

Bei der gewählten Anordnung ist die spectrale Auflösung des Lichtes der angewandten Lichtquelle auf mehrfache Art durchführbar. Um aber den eigentlichen Messapparat nicht durch

Theile, die unter Umständen wieder entfernt, oder doch beweglich eingerichtet werden müssen, zu compliciren und seine Unveränderlichkeit zu schädigen und durch die Polarisatoren nicht mehr Licht durchzusenden als gerade nothwendig ist, wird es sich entschieden empfehlen, den Spectralapparat ganz von dem Polarimeter zu trennen und auf den Spaltschirm ein Spectrum zu entwerfen, dessen Ausdehnung dann je nach der Grösse der Rotationsdispersion des zu untersuchenden Körpers zu wählen ist. Diese Ausdehnung soll nämlich so gross gewählt werden, dass der Eliminationsstreifen im Spectrum noch hinreichend breit ist gegenüber der Spalte vom Collimator, damit dieselbe in ihrer ganzen Breite noch nahezu gleichförmig verdunkelt werde.

Was die Genauigkeit der besprochenen Methode anbelangt, so habe ich dieselbe nur mit unvollkommenen Polarisatoren, die keine normalen Gesichtsfelder geben, prüfen können, und sie hat sich schon unter diesen Umständen als eine sehr befriedigende herausgestellt. Überdies lassen die Angaben in meiner früheren Abhandlung über polaristrobometrische Methoden[1] und nicht minder die weiter unten folgenden, den hohen Grad der Genauigkeit, der sich erreichen lässt, zur Genüge erkennen.

III.

Um bei der bisher gebräuchlichen Form der Halbschattenapparate ohne Collimator bleiben, zugleich aber auch die Bedingungen der Veränderlichkeit des Winkels zwischen den Hauptschnitten der beiden Gesichtsfeldhälften und der Unabhängigkeit von der Farbe der Lichtquelle erfüllen zu können, habe ich zunächst nur als Projecct einen Polarisator angegeben[2], der im Wesentlichen die folgende Einrichtung hat.

In ein Rohrstück wird ein Polarisationsprisma so eingesetzt, dass es um die Axe desselben gedreht werden kann; ein zweites Prisma wird in dasselbe Rohrstück fest und so eingesetzt, dass eine seiner Seitenflächen nahezu durch die Axe dieses Rohrstückes geht und daher das erstere Prisma vom zweiten nur zur Hälfte verdeckt wird. Dieses halbe Prisma, wie es der Kürze

[1] A. a. O. S. 320.

[2] Naturwissenschaftliches Jahrbuch „Lotos“, neue Folge, II. Band. „Über ein Halbschattenpolarimeter“, Art. 2.

wegen genannt werden mag, ist gegen den Analysator gewendet und unmittelbar vor seiner, dem Beobachter zugekehrten Endfläche befindet sich ein Diaphragma, welches dann durch die betreffende Kante des Halbprismas in zwei gleiche Felder getheilt erscheint. Durch Drehen des ersten Prismas kann man jetzt den Hauptschnitten der beiden Felder jede beliebige gegenseitige Winkelstellung geben. Ist der Winkel zwischen den Hauptschnitten nicht Null, so wird zwar das Lichtbündel, welches aus dem Halbprisma tritt, geringere Intensität haben als das andere. Es wird dann bei gleicher Helligkeit beider Gesichtsfeldhälften der Hauptschnitt des Analysators mit dem Hauptschnitte des halben Prismas einen kleineren Winkel als mit dem Hauptschnitte des ganzen Prismas einschliessen und nicht, wie bei den anderen Halbschattenpolarisatoren, den Winkel der Hauptschnitte halbiren. Dieser Umstand ist jedoch nebensächlich, denn es ist sofort klar, dass bei gegebenem Winkel der Hauptschnitte auch jetzt noch Gleichheit der Gesichtsfeldhälften in aller Strenge bei derselben Stellung des Analysators eintreten muss, welche Intensität auch die Lichtquelle haben mag, was allein für die Messungen zu fordern ist.

Der beschriebene Polarisator wurde zuerst für Herrn Prof. Landolt von den Herren Schmidt und Haensch in Berlin ausgeführt, und zwar in der Weise, dass das Halbprisma durch ein Hartnack-Prazmofski'sches Nicol, während, meinen ursprünglichen Angaben entsprechend, das ganze Prisma durch ein Glan'sches hergestellt war. Dieser Polarisator hat ziemlich befriedigende Resultate ergeben, obgleich das Prazmofski'sche Nicol, bei welchem die optische Axe senkrecht steht zur Schnittfläche, der Bedingung für ein normales Gesichtsfeld nur angenähert entsprechen kann. Herr Landolt gibt den wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung bei Benützung einer Natriumflamme zu $\pm 1'$ und bei Benützung weissen Lichtes (Gaslampe) su $\pm 0'5$ an, wobei als Analysator ebenfalls ein Glan'sches Prisma diente.[1] Ich hatte selbst Gelegenheit, einen solchen Polarisator zu prüfen und erhielt unter Anwendung weissen Lichtes (Argand-Brenner) eine etwas grössere Genauigkeit

---

[1] Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1883, S. 121: „Neuerungen an Polaristrobometern."

nämlich einen wahrscheinlichen Fehler von ± 15 bis $\pm 20''$, wenn der Winkel der Hauptschnitte nahezu 1°5 betrug; bei starker Beschattung traten die Ungleichförmigkeiten in der Helligkeit der Gesichtsfeldhälften schon recht auffallend hervor, besonders in der vom Prazmofski'schen Prisma gebildeten, wie vorauszusehen war. Trotz der bedeutenden Länge dieses Prismas war doch die Trennungslinie der beiden Hälften hinreichend scharf und gleichförmig.

Es wird weiter unten eine andere Construction des Halbschattenpolarisators bei Besprechung der in Anwendung gebrachten Polarisationsprismen angegeben werden, die sich sehr gut bewährt hat und wie aus den Zahlenangaben ersichtlich ist, eine Genauigkeit schon bei mässig hellen Lichtquellen gewährt, die wohl nahe an der Grenze des Erreichbaren sein dürfte, denn der wahrscheinliche Fehler unter Anwendung eines Argand-Brenners ergab sich zu ± 2 bis ± 4 Secunden. Zuvor sollen aber noch einige andere Verbesserungen in der Anordnung des Apparates angegeben werden, die ebenfalls zur Erzielung einer gleichförmigen Helligkeit des Gesichtsfeldes von Wichtigkeit sind.

In Fig. 1 bedeutet *F* das Beobachtungsfernrohr, *A* den Analysator mit dem Diaphragma *aa*, *P* den Polarisator mit dem Diaphragma *pp*, welches mittelst des Fernrohres anvisirt wird, *C* eine Sammellinse, *L* die leuchtende Fläche der Lichtquelle, *xx* die Axe des Apparates, mit welcher die optische Axe des Fernrohres und die Drehungsaxe des Analyseurs zusammenfallen. Das Diaphragma *aa* ist bezüglich seiner Lage und der Grösse seiner Öffnung dem Analysator und dem Fernrohre anzupassen, d. h. so zu wählen, dass alle durch *aa* tretenden und von Punkten *s* des anvisirten Diaphragmas *pp* ausgehenden Strahlen durch den Analysator und das Fernrohr hindurch in das Auge des Beobachters gelangen können.

Wir nehmen zuerst an, die Linse *C* werde ganz weggelassen und die Lichtquelle befinde sich in *L'*; die Helligkeit, unter welcher ein Flächenelement in *s* gesehen wird, ist unter den gemachten Annahmen proportional der Lichtmenge, die von dem Theile *aa* ausgesendet wird, welchen der Kegel *asa* aus der Lichtquelle ausschneidet. Nun ändert sich zwar die Grösse dieses Theiles nicht merklich, wenn man *s* mit den verschiedenen

Punkten der Diaphragmaöffnung zusammenfallen lässt, allein für jeden Punkt *s* wird *αα* an eine andere Stelle der Lichtquelle rücken, und wenn daher diese innerhalb einer entsprechend grossen Partie nicht durchaus gleiche Leuchtkraft besitzt, so wird auch die Diaphragmaöffnung *pp* nicht gleichförmig hell erscheinen können. Überdies wird sich die Helligkeitsvertheilung wegen der Veränderlichkeit der Flamme mit der Zeit ändern.

Setzen wir die Linse *C* an ihre Stelle und ist dann *L* die leuchtende Fläche, *L'* ihr von der Linse entworfenes Bild, so gilt bezüglich des letzteren das eben Gesagte. Nun scheint man sich über den eigentlichen Zweck dieser Linse und ihre Wirkung nicht genaue Rechenschaft gegeben zu haben, denn die Angaben über dieselbe lauten sehr verschieden. Bald ist es eine Linse von grösserer Brennweite, etwa gleich der Entfernung zwischen Analyseur und Polarisator, während die Lichtquelle nahe der Linse gestellt ist, diese also nur die Wirkung hat, als wäre an die Stelle von *L* eine etwas grössere und weiter von *P* entfernte Lichtquelle gesetzt worden; bald gibt man der Linse eine kleine Brennweite von einigen Centimetern und stellt die Lichtquelle in die Brennebene. Keinesfalls wird durch derartige Anordnungen der eigentliche Zweck den diese Beleuchtungslinse offenbar erfüllen soll und auch erfüllen kann, nämlich die Diaphragmaöffnung *pp* unabhängig von der augenblicklichen Vertheilung der Leuchtkraft in der Lichtquelle möglichst gleichförmig zu beleuchten, vollständig erreicht. Wie wichtig aber die Erfüllung dieser Bedingung ist, geht aus den Untersuchungen hervor, durch welche Herr Landolt gezeigt hat, dass der hauptsächlichste Grund für die fortwährenden Nullpunktsschwankungen an einem Halbschattenapparat ohne Collimator in der ungleichen und wechselnden Helligkeit der verschiedenen Partieen der Beleuchtungsflamme zu suchen sei.[1]

Ein solcher Einfluss der Lichtquelle wird natürlich bei Halbschattenapparaten mit Collimator nicht zu Tage treten, er lässt sich aber auch bei der andern Form dieser Apparate sehr leicht und vollständig durch entsprechende Wahl der Beleuchtungslinse beseitigen, indem man dafür sorgt, dass der Theil *αα* des Bildes *L'* der Beleuchtungsflamme für jede Lage des

[1] Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1883, S. 125 und 1884, S. 390.

Punktes s unverändert bleibt, und dieses wird erreicht, wenn man das Bild auf die Ebene des Diaphragmas aa wirft. Es wird sich empfehlen, kein vergrössertes oder doch nur ein wenig vergrössertes Bild der Lichtquelle zu entwerfen, man wird also die Brennweite von C nahe gleich der halben Distanz AP wählen und die Lichtquelle in eine Entfernung gleich AP von der Beleuchtungslinse aufstellen; hiebei ist nur nothwendig, dass das Bild nahezu in die Ebene aa zu liegen komme. Auf alle Fälle wird bei dieser Anordnung die Beleuchtungsflamme in viel grössere Entfernung vom Polarisator zu stellen sein als dies gewöhnlich geschieht, was zugleich den weiteren Vortheil mit sich bringt, dass bedeutendere Erwärmungen des Polarisators und des ganzen Instrumentes von Seite der Lichtquelle vermieden werden. Wie ich mich überzeugt habe, können solche Erwärmungen ebenfalls merkliche Nullpunktsschwankungen bewirken.

Es ist demnach als eine wichtige Regel bei der gegenwärtig besprochenen Halbschattenmethode festzuhalten, die Beleuchtungslinse so zu wählen, dass durch dieselbe ein Bild der Lichtquelle nahe an dem Analysator-Diaphragma zu Stande komme.

Eine Veränderung der Vertheilung der Leuchtkraft in der Flamme wird dann nur die Gesammthelligkeit des Gesichtsfeldes abändern können, während die Helligkeitsvertheilung in demselben immer gleichförmig bleibt, und damit entfallen auch die Nullpunktsschwankungen in Folge der Veränderlichkeit der Lichtquelle.

Weil nun die Lichtquelle unbeschadet der gleichförmigen Helligkeit des Gesichtsfeldes ganz beliebig gewählt werden darf, also beispielsweise auch eine leuchtende Linie oder ein Lichtpunkt sein kann, so ergibt sich sofort, dass durch die erwähnte Anordnung der Beleuchtungslinse die Anwendung von Spectralfarben ermöglicht ist. Man wird zu diesem Zwecke nur einen Spaltschirm in solche Lage gegen die Beleuchtungslinse zu bringen haben, dass das Bild der Spalte auf das Analysator-Diaphragma fällt und auf den Spaltschirm ein Spectrum entwerfen. Man erreicht dieses am bequemsten durch einen Spectralapparat, dessen Collimator gegen den Polarisator gerichtet ist, während das Ocular des Fernrohres durch

eine Lichtspalte ersetzt wird, eine Einrichtung, die ich schon in meiner ersten Arbeit über polaristrobometrische Methoden[1] näher angegeben habe. Ganz besonders geeignet sind hiefür die Spectrometer von A. Hilger in London mit Christie'schem Halbprisma, da an diesen durch blosse Drehung des Prismas jede beliebige vorgeschriebene Stelle des Spectrums an die Spalte gebracht werden kann. Bei der Auswahl des Spectrometers wird man übrigens darauf zu achten haben, dass der wirksame Querschnitt der Prismen und die Brennweite des Objectivs einen aus der Spalte tretenden Lichtkegel von solchen Öffnungswinkeln ermöglichen, wie er nöthig ist, damit derselbe nach der Brechung in der Beleuchtungslinse das Polarisator-Diaphragma vollständig ausfülle.

IV.

Abgesehen von der richtigen Wahl der Polarisationsprismen wird, wie schon beiläufig bemerkt, zur Erzielung einer gleichförmigen Helligkeit im Gesichtsfelde noch weiter erfordert, dass keines der Strahlenbündel, die einem Punkte des Gesichtsfeldes entsprechen, in seinem Verlaufe eine partielle Abblendung erleide. Bei dem Halbschattenapparate mit Collimator treten nun die Strahlen, die sich schliesslich in den Bildpunkten vereinigen, als Parallelstrahlenbündel aus dem Polarisatordiaphragma und diejenigen von ihnen, welche die grösste Neigung gegen die Axe des Apparates haben, sollen noch vollständig vom Analysatordiaphragma aufgenommen werden. Bezeichnet h die Höhe der Spalte am Collimator, f die Brennweite seines Objectivs, p den Durchmesser des Polarisatordiaphragmas, a den Durchmesser des Diaphragmas am Analysator, und D die Distanz beider Diaphragmen von einander, so wird die Bedingung erfüllt sein, wenn

$$a = p + h\frac{D}{f}$$

gemacht wird. Umgekehrt findet man hieraus die Höhe der Spalte, innerhalb welcher die Helligkeit noch gleichförmig bleibt. Um

[1] A. a. O. S. 314. Vergl. auch: Zeitschrift für Instrumentenkunde 1882, S. 173.

daher allzu grosse Dimensionen des Analysators zu vermeiden, wird man eine kleine Spalthöhe und grössere Collimatorlänge, und damit dann das Gesichtsfeld nicht zu kleine Dimensionen erhalte, stärkere Fernrohrvergrösserung wählen.

Bei den Halbschattenapparaten ohne Collimator können, wie ein Blick auf die Fig. 1 ergibt, die beiden Diaphragmen gleich gross oder auch verschieden sein. Es empfiehlt sich aber auch hier, das Analysatordiaphragma möglichst gross zu wählen, da mit seinen Dimensionen die Helligkeit des Gesichtsfeldes zunimmt.

Flüssigkeitsröhren, welche zwischen Polarisator und Analysator eingeschaltet werden, müssen Diaphragmen erhalten, die etwas grösser sind, als das grösste der Diaphragmen am Apparate, welche Forderung häufig nicht genug beachtet wird. Ein sehr geringer Fehler in der Centrirung der Röhrendiaphragmen gegen die des Apparates wird, wenn die ersteren nicht hinreichende Grösse haben, durch partielle Abblendung gewisser Strahlenbündel eine merkliche Nullpunktsverschiebung und noch dazu in verschiedenem Betrage, je nach der Lage der Röhre, bewirken.

Die gleiche Vorsicht in der Wahl der Diaphragmendurchmesser ist natürlich auch für alle anderen Stellen des Apparates, wo welche eingesetzt werden, zu beobachten, so insbesondere bezüglich der Diaphragmen im Collimator und im Fernrohre und an der Beleuchtungslinse.

Ein Diaphragma, das noch besondere Erwähnung verdient, ist die Pupille des beobachtenden Auges und zwar hat man es hier mit einem nach Grösse und Lage veränderlichen Diaphragma zu thun. Je grösser die Änderungen in der Augenstellung sein können, ohne dass eine Änderung in der Helligkeitsvertheilung des Gesichtsfeldes eintritt, desto leichter und sicherer werden die Einstellungen gemacht werden. In dieser Hinsicht ist es nothwendig die Einrichtung zu treffen, dass die Pupille möglichst genau in die Ebene des Ocularkreises oder genauer gesagt, in die Ebene des Bildes gebracht werden könne, welches durch das Fernrohr-Objectiv und Ocular, von dem Analysatordiaphragma entworfen wird. Ist der Ocularkreis grösser als die Pupille, so werden bei dieser Stellung alle aus demselben tretenden Srahlenbündel

um gleichviel abgeblendet, auch wenn der Pupillenrand über den Rand des Ocularkreises hinaustritt und die Helligkeitsvertheilung bleibt gleichförmig. Ist der Ocularkreis k l e i n e r als die Pupille, und dieser Fall wird bei den relativ geringen Dimensionen des Analysatordiaphragmas zumeist vorhanden sein, so wird bei centraler Stellung des Auges keines der austretenden Strahlenbündel abgeblendet, dies tritt erst ein, wenn der Pupillenrand den Ocularkreis schneidet; aber auch dann wird der Querschnitt jedes Strahlenbündels um dieselbe Grösse reducirt. Ganz anders verhält sich die Sache, wenn die Pupille nicht mit der Ebene des Ocularkreises zusammenfällt, denn in diesem Falle treffen die den Ocularkreis in verschiedenen Richtungen durchsetzenden Strahlenbündel die Ebene der Pupille an verschiedenen Stellen, und wenn Abblendung durch die Pupille eintritt, so hat sie für die einzelnen Strahlenbündel auch verschiedene Grösse. Ist der Ocularkreis g r ö s s e r als die Pupille, so kann jetzt ein gleichförmig helles Gesichtsfeld überhaupt nicht zu Stande kommen; ist der Ocularkreis k l e i n e r als die Pupille, so ist ein gleichförmiges Gesichtsfeld zwar möglich, so lange der Querschnitt des ganzen aus dem Ocularkreis tretenden Bündels noch kleiner als die Pupille bleibt, der Spielraum aber für die Änderungen in der Augenstellung, bei welchen noch keine partiellen Abblendungen eintreten, nimmt ab mit der Entfernung des Auges vom Augpunkt.

Behalten wir die oben gewählten Bezeichnungen bei und nennen wir weiter μ die Vergrösserung des Fernrohres, die Entfernung der Pupille vom Augpunkt, d die wegen des zwischen gestellten Nicols auf Luft reducirte Entfernung D des Analysatordiaphragmas vom Fernrohrobjectiv und q den (grössten) Durchmesser des Querschnittes der Pupillenebene mit dem aus dem Ocularkreis tretenden Gesammtstrahlenbündel, so ist

$$q = \frac{a}{\mu} + \varepsilon\mu \frac{h}{f} \quad \text{oder} \quad q = \frac{a}{\mu} + \varepsilon\mu \frac{p}{D+d},$$

je nachdem es sich um einen Halbschattenapparat mit oder ohne Collimator handelt. Wäre im letzteren Falle $\mu = 5$, $a = p = 10$ Mm. $D + d = 500$ Mm., Zahlen, wie sie einem etwas grösseren Apparat zukommen werden und setzen wir $\varepsilon = 15$ Mm., so ergibt sich $q = 3 \cdot 5$ Mm., also schon nahe gleich dem mittleren Werth des Pupillendurchmessers.

Diese Bemerkungen zeigen, dass eine stärkere Fernrohrvergrösserung vortheilhaft ist, ferner dass jedenfalls nur Fernrohre mit convergentem Ocular in Anwendung kommen sollten, und daher der Gebrauch von Galilei'schen Fernrohren, bei denen der Ocularkreis innerhalb des Instrumentes liegt, die fast ausschliesslich an Polaristrobometern vorkommen, zu vermeiden ist. Als Oculare empfehlen sich für so subtile Helligkeitsvergleichungen, wie sie die Halbschattenapparate erfordern, ganz besonders die reflexfreien Oculare, welche von Steinheil in München in zwei verschiedenen Formen verfertigt werden.

Es sollen nunmehr auch die Helligkeiten mit einander verglichen werden, welche nach den beiden auseinandergesetzten Methoden irgend welchem Punkte des Gesichtsfeldes zukommt, wenn die Polarisatoren in beiden Fällen dieselbe Stellung zu einander haben. Da alsdann das Verhältniss der Helligkeiten unabhängig wird von der Wirkung der Polarisatoren, so können wir die Rechnung so führen, dass wir dieselben ganz weggelassen denken und wollen dann als Mass für die Helligkeiten die Lichtmengen i_1 und i_2 suchen, die auf die Flächeneinheit des vom Fernrohr erzeugten Bildes entfallen. Unter H wollen wir die specifische Helligkeit eines Elementes der Lichtquelle verstehen, d. h. die Lichtmenge, welche von der Flächeneinheit in diesem Elemente auf die Flächeneinheit in der Distanz 1 entsendet wird, wobei von einer Veränderlichkeit des H mit dem Emanationswinkel abgesehen werden kann.

Haben wir es mit einem Halbschattenapparat mit Collimator zu thun und bedeutet ω ein Flächenelement der Collimatorspalte, so ist einerseits die ganze von ω ausgehende Lichtmenge, die sich in dessen Bilde vereiniget, da nur die Hälfte des Objectives in Rechnung zu ziehen ist gleich $\omega \frac{\pi H p^2}{8 f^2}$ und anderseits die Fläche des Bildes von ω gleich $\mu^2 \omega$, daher

$$i_1 = \frac{\pi H p^2}{8 \mu_1^2 f^2}.$$

Für einen Halbschattenapparat ohne Collimator wollen wir die Entfernung des Polarisatordiaphragmas von der Beleuchtungslinse als klein gegen die übrigen Längsdimensionen

die in Rechnung kommen, vernachlässigen und die Linse C unmittelbar am Diaphragma pp (Fig. 1) gelegen annehmen; mit F bezeichnen wir die Entfernung der Lichtquelle von dieser Linse. Vom Diaphragma aa denken wir uns das Bild $a'a'$ construirt, welches von der Linse C entworfen wird; dieses Bild bestimmt dann auf der leuchtenden Fläche L jenen Theil, der nach unserer Anordnung die Punkte s des Diaphragmas pp mit seiner ganzen Fläche erleuchtet. Ist $d\sigma'$ ein Element dieser Fläche $a'a'$ und ω ein Element des Diaphragmas pp, so ist jetzt die ganze durch ω gehende Lichtmenge

$$\omega \frac{\int J d\sigma'}{F^2}$$

oder, wenn man das zu $d\sigma'$ correspondirende Element $d\sigma$ der Fläche aa einführt

$$\omega \frac{\int J d\sigma}{D^2}$$

und hieraus folgt für die Lichtmenge i_2 bezogen auf die Flächeneinheit des Bildes von ω

$$i_2 = \frac{\int J d\sigma}{4\mu_2^2 D^2},$$

das Integral ausgedehnt über die Fläche des Analysatordiaphragmas.

Hat die Lichtquelle constante Helligkeit innerhalb der Fläche $a'a'$, so erhält man aus obiger Formel

$$i_2 = \frac{\pi J a^2}{4\mu_2^2 D^2},$$

das ist aber genau der Ausdruck, welcher gilt, wenn keine Beleuchtungslinie angewendet und die Lichtquelle unmittelbar an das Diaphragma pp gestellt wird. Unter Voraussetzung einer und derselben Lichtquelle von gleichförmiger Helligkeit ist ferner:

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{\mu_2^2 p^2 D^2}{2\mu_1^2 a^2 f^2}$$

und hieraus wird leicht ersichtlich, wenn man für p, a, D, f, Werthe setzt, wie sie wirklich vorkommen können (z. B. $a = 1 \cdot 5 p$,

$D = 2f$), dass bei gleichen Fernrohrvergrösserungen die Helligkeiten i_1 und i_2 nicht sehr bedeutend von einander differiren werden.

Wenn jedoch die Lichtquelle eine lineare ist, wie im Falle spectraler Auflösung des Lichtes, dann wird $\int J d\sigma$ klein gegen $\frac{\pi J p^2}{8}$ und daher i_1 wesentlich grösser als i_2, selbst wenn man, um für den Apparat mit Collimator ein zu kleines Gesichtsfeld zu vermeiden, $\mu_1 > \mu_2$ nehmen würde. In Bezug auf Helligkeit ist also bei spectraler Auflösung des Lichtes die erste Methode der zweiten überlegen.

Ein weiterer Unterschied zwischen beiden Methoden, der bei Anwendung von Spectralfarben zu Tage tritt, liegt darin, dass bei der ersten Methode die Lichtarten die in die Spalte fallen, im Gesichtsfeld nebeneinander liegen, während man nach der zweiten Methode das Mischlicht aller dieser Lichtarten erhält.

Schliesslich sei noch bemerkt, wie sich ein Halbschattenapparat einrichten lässt, um nach Belieben die eine oder die andere Methode anwenden zu können. Man hat zu diesem Zwecke nur an Stelle der Linse C in Fig. 1 das Heliometerobjectiv zu setzen, das dann unbedenklich auch als Beleuchtungslinse verwendet werden kann. Bei grösserer Brennweite dieses Objectives würde man aber die Lichtquelle in eine Entfernung vom Polarisator stellen müssen, die unbequem wäre. Besser und einfacher ist es, eine zweite Sammellinse vor das Objectiv zu stellen, die so gewählt ist, dass nunmehr das Bild des Collimatorspaltes in die Nähe des Diaphragmas aa fällt und die Spalte, falls man die Beleuchtungsflamme direct anwenden will, zu entfernen. Natürlich muss das Fernrohr mit entsprechend langem Ocularrohr versehen sein, um die Einstellung auf den Polarisator zu gestatten, bei welcher dann ein schwächeres Ocular zu benützen sein wird. Macht man die zweite Linse in der Axe des Collimators verschiebbar, so lässt sich hiedurch der Einfluss eingeschalteter Flüssigkeitsschichten leicht so corrigiren, dass das Flammenbild immer genau auf das Analysatordiaphragma fällt.

V.

Besondere Vorsicht erfordert die Wahl der Polarisationsprismen. Die meisten Constructionsarten dieser Prismen verfolgen den Zweck, ein möglichst grosses Gesichtsfeld zu erzielen; bei Messinstrumenten, die nur ein Gesichtsfeld von wenigen Graden verlangen, können die Prismen viel kürzer sein, was schon einen grossen Vortheil mit sich bringt, und dann treten noch andere Anforderungen in den Vordergrund, die ebenfalls eine von der gewöhnlichen abweichende Constructionsart zweckmässig erscheinen lassen.

Die Forderungen, die an die Polarisationsprismen für die vorliegenden Zwecke zu stellen sind, beziehen sich 1. auf die Polarisationsart im Gesichtsfelde, welches ein normal polarisirtes, 2. auf die Helligkeitsvertheilung in demselben, welche eine vollkommen gleichförmige sein soll und 3. darauf, dass bei gekreuzten Polarisatoren selbst bei sehr grossen Lichtintensitäten das Gesichtsfeld einen möglichst hohen Grad von Dunkelheit besitze.

Sind für zwei Prismen die beiden ersten Bedingungen erfüllt, so werden dieselben in parallelem Lichte, wenn ihre Hauptschnitte irgend einen Winkel mit einander bilden, wieder ein vollkommen gleichförmig helles Gesichtsfeld geben, dessen Helligkeit gleichzeitig an allen Stellen Null wird, wenn die Hauptschnitte auf einander senkrecht stehen. Ist das Gesichtsfeld, welches dieses Verhalten zeigt, hinreichend gross, dann wird dieses Verhalten auch noch stattfinden, wenn die Prismen nicht in parallelem Lichte stehen,[1] wie solches für die zweite der oben beschriebenen Methoden gefordert werden muss.

Wie schon bemerkt, erfordert das Zustandekommen eines normalen Gesichtsfeldes Polarisationsprismen, bei denen die optische Axe senkrecht steht auf der Längsaxe des Prismas, oder auf der Richtung der durchgehenden Strahlen. Wenn von doppelbrechenden Prismen, die wegen der Abblendung des einen Strahlenbündels ziemlich lange Hülsen erfordern, hier abgesehen wird,

---

[1] Vergl. a. a. O. Art. IX, S. 288—301.

so kämen zunächst die Glan'schen Prismen[1] in Betracht. Es sind dies bekanntlich Prismen mit geraden Endflächen und einer Luftschichte zwischen den Prismenhälften; die optische Axe ist parallel den brechenden Kanten. Das gegen die Längsaxe symmetrische Gesichtsfeld von wenigen Graden ist einerseits bestimmt durch die Strahlenrichtung, für welche die totale Reflexion der ordentlichen Strahlen, anderseits durch die Strahlenrichtung, für welche die totale Reflexion der ausserordentlichen Strahlen an der Luftschichte beginnt.

Abgesehen davon, dass diese Prismen wegen des nothwendigen Verschlusses der Luftschichte nicht als Halbprismen für den oben beschriebenen Polarisator brauchbar sind, haben sie, trotz ihrer Vorzüge gegenüber anderen Prismenconstructionen, Eigenschaften, die ihre Anwendung zu besonders exacten Messungen nicht empfehlen. Einmal erzeugen die mehrfachen Reflexionen innerhalb der Luftschichte mehrfache Bilder, sobald die Prismen in convergentem oder divergentem Lichte stehen und auch für paralleles Licht sind diese Bilder nicht leicht zu vermeiden, da es schwer ist, die Luftschichte genau planparallel zu machen. Überdies ist die Intensität des Nebenbildes keineswegs sehr klein, denn die extraordinären Strahlen treten, da sie sich nahe dem Winkel der totalen Reflexion befinden, unter kleinem Winkel gegen die Grenzfläche in die Luftschichte und werden unter demselben Winkel an den Grenzflächen reflectirt. Diese geringe Neigung der Strahlen in der Luftschichte gegen deren Begrenzungsfläche hat dann noch weiter zur Folge, dass alle Fehler im Schliff und in der Politur dieser Flächen in verstärktem Masse zur Erscheinung kommen. Ferner ist der Lichtverlust in Folge der Reflexion der extraordinären Strahlen an der Luftschichte bedeutend, und was das Misslichste ist, ändern sich diese Lichtverluste innerhalb des Gesichtsfeldes von der einen Grenze bis zur anderen ganz erheblich, selbst im mittleren Theil derselben, so dass die austretenden Strahlen kein gleichförmig helles Gesichtsfeld erzeugen können; dasselbe zeigt vielmehr an der einen Grenze ein Maximum an Helligkeit, die erst

---

[1] Über einen Polarisator. Centralzeitung für Optik und Mechanik, 1880.

langsam, dann immer rascher bis Null abnimmt, welchen Werth sie an der andern Grenze erreicht.

Alle diese Übelstände, die immer auftreten werden, wenn der Brechungsexponent der Zwischenschichte klein ist gegen das Minimum des Exponenten der extraordinären Strahlen im Kalkspath, verschwinden vollständig, wenn die Zwischenschichte aus einer isotropen Substanz besteht, deren Brechungsexponent dem der extraordinären Strahlen gleich wird, und eine Substanz, welche dieser Bedingung sehr nahe entspricht, ist das Leinöl; Hartnack und Prazmowski [1] haben dasselbe auch bereits mit gutem Erfolge als Kittmittel für ihre Prismen verwendet.

Es schien mir auf Grund derartiger Überlegungen geboten, für Halbschattenapparate und überhaupt für exacte Messinstrumente ähnlicher Art eine neue Construction der Polarisationsprismen zu versuchen. Es sind dieses Prismen mit geraden Endflächen, bei denen die optische Axe senkrecht zu den Längskanten gerichtet ist und die beiden Prismentheile mit Leinöl verkittet werden. Der Winkel der Ein- und Austrittsflächen gegen die Schnittebene beträgt 66—66·5° und demgemäss wird dann der Winkel zwischen der Längsaxe des Prismas und denjenigen Strahlen, welche das Gesichtsfeld nach der einen Seite begrenzen 3·5—4·3°, was wohl für alle Fälle, die hier in Betracht kommen, ausreicht; nach der andern Seite hin ist im Innern des Prismas die Grenze des Gesichtsfeldes durch die Richtung der Schnittebene bestimmt. Die Endflächen sind quadratisch und die Länge des Prismas wird 2·3 der Länge einer Quadratseite; sie ist also sehr mässig und beiläufig zwei Drittel von der Länge eines Prazmowski'schen Prismas bei gleichen Querdimensionen (Fig. 2).

Wie die optische Axe sonst orientirt wird, wenn sie nur senkrecht zur Längsaxe steht, ist ziemlich gleichgiltig; aus der optischen Werkstätte von Schmidt und Haensch erhielt ich zwei derartige, vorzüglich gelungene Prismen, bei denen die optische Axe parallel den brechenden Kanten gestellt war. Bei diesen Prismen versuchte ich zugleich die Seitenflächen auf rationellere Art zu schwärzen, indem ich ein Bindemittel für den auf-

---

[1] Carl, Repertorium für physikalische Technik, II. Band, S. 217.

zutragenden Lampenruss auswählte, dessen Brechungsindex möglichst gleich ist dem der ordentlichen Strahlen im Kalkspath. Aloë-Harz, dessen Index zu 1·634, oder Tolu-Balsam, dessen Index zu 1·628 angegeben wird, wirken schon recht günstig und geben eine bedeutend bessere Schwärzung als die gewöhnlichen Mittel.

Dennoch war die Aufhellung des Gesichtsfeldes bei gekreuzten Prismen unter Anwendung von Sonnenlicht beträchtlich. Ein Theil des zerstreuten Lichtes rührt auch gar nicht von den mattgeschliffenen Seitenflächen her, sondern hat seinen Grund in Staub und feinen Rissen an den polirten Flächen, vielleicht auch in Ausscheidungen, die beim Verharzen der Kittschichte auftreten, die das Licht nicht nur zerstreuen, sondern gleichzeitig theilweise depolarisiren.

Da die genannten Prismen von Schmidt und Haensch namentlich an den Schnittflächen Risse zeigten, die parallel der optischen Axe gerichtet waren, so stellte ich bei anderen Prismen, die von Dr. Steeg und Reuter verfertigt wurden, die optische Axe senkrecht zur brechenden Kante, zugleich in der Absicht, um bei den gleich zu beschreibenden Halbprismen leichter eine scharfe und fehlerfreie Kante erzielen zu können. Die Seitenfläche *ad* Fig. 2 war an diesen Prismen polirt, und zwar aus folgendem Grunde. Durch die an der Schnittfläche total reflectirten ordentlichen Strahlen wird der Theil *ce* der Seitenfläche *bc* sehr hell beleuchtet und dieser Theil sendet theilweise depolarisirte Strahlen aus, die wieder die Fläche *ad* beleuchten, welche sich schliesslich in der Schnittfläche spiegelt. Ist aber *ad* polirt, dann werden die Spiegelbilder von *ce* bezüglich der verschiedenen polirten Flächen, wie man sich leicht überzeugt, entweder in den Grenzflächen oder ganz ausserhalb des Prismas *ABCD* liegen, und es wird daher kein zerstreutes Licht, das von den mattgeschliffenen Seitenflächen herrührt, in der Richtung der Längsaxe austreten können. In der That hat sich dieses Mittel recht gut bewährt.

Man könnte noch versuchen, den Theil des Prismas, welcher dem einfallenden Lichte zugewendet ist, die Form *abfc*, Fig. 2, zu geben, die Fläche *cf* zu poliren und senkrecht gegen die totalreflectirten Strahlen zu stellen. Es bleibt aber fraglich, ob

nicht die stärkere Beleuchtung der polirten Flächen *ab* und *ac* durch das mehrfach hin und her reflectirte Licht, das an diesen Flächen zerstreute Licht soweit vermehrt, dass der Vortheil, den man erreichen wollte, wieder compensirt wird.

In allen Fällen sind die Diaphragmen an den Prismen immer entsprechend kleiner als die Querdimensionen derselben zu wählen, damit noch ein hinreichend breiter Theil von 1—2 Mm. an den Seitenkanten verdeckt bleibt.

Eine besondere Construction erfordert das Halbprisma. Es kann nicht einfach so hergestellt werden, dass man ein Prisma von der eben angegebenen Construction mit einer Seitenfläche *ad* in die Axenebene des Apparates bringt und die Kante bei *d*, die allerdings scharf hergestellt werden kann, anvisirt, denn die Kante bei *a* könnte nicht die nöthige Schärfe erhalten und würde einen Schatten werfen, während überdies die Seitenfläche *ad* die in ihrer Nähe verlaufenden Strahlenkegel theilweise abblendet.

Die folgende Construction vermeidet diese Fehler vollständig. Das Prisma hat nicht vollkommen gerade Endflächen, diese haben gegen die Schnittfläche eine geringere Neigung als früher angegeben, eine Neigung von beiläufig 63·2° (Fig. 3), während die optische Axe wieder senkrecht steht zu den Längskanten und zugleich senkrecht zu den brechenden Kanten. Die beiden Prismenhälften werden wie bei den früheren Prismen mit Leinöl verkittet und eine der Seitenflächen wird polirt; der obige Winkel ergibt ein Gesichtsfeld von gleicher Grösse wie bei der früheren Prismenconstruction. Dieses Prisma wird nun so justirt dass die an der polirten Seitenfläche liegende Kante *d* (Fig. 3), die vollkommen scharf und fehlerfrei sein muss, in die Axenebene des Apparates fällt; diese Kante wird anvisirt. Sodann gibt man der Seitenfläche *da* eine geringe Neigung von 1—1·5° gegen die Axenebene. Dadurch wird bewirkt, dass die Strahlenkegel, die zu den Punkten auf der freien Seite der Kante *d* gehören, eine theilweise Abblendung nicht erleiden können; der angegebene Neigungswinkel muss mindestens gleich sein dem halben Öffnungswinkel des Lichtkegels, der seinerseits wieder bestimmt ist durch das Analysatordiaphragma und durch die Entfernung desselben vom Polarisator. Endlich ist ersichtlich, dass alle

Strahlen, die auf die äussere Fläche *ad* fallen, so zur Seite geworfen werden, dass sie nicht in den Analysator gelangen.

Ähnliches gilt aber auch für die innere Seite der Fläche *ad*; wegen der Neigung von *ab* und *cd* werden hier gewisse zu *xx* parallele Strahlen *pq* nach der Brechung im Prisma in der Axenebene durch *dx* austreten, es sind dieses die Axen jener Strahlenkegel, die zu den Punkten gehören, welche auf der Prismenseite der Kante *d* liegen und bei der getroffenen Wahl der Winkel werden diese Strahlenkegel noch vollständig austreten können; alle andern Strahlen aber, die auf *ad* fallen, werden zur Seite geworfen und ein kleiner Theil von *ab* in der Nähe der Kante *a* bleibt ganz unwirksam, so dass die mangelnde Schärfe dieser Kante von keinem Einfluss ist.

Auf diese Weise behalten die beiden Hälften des Gesichtsfeldes vollkommen gleiche Helligkeit bis unmittelbar an die Trennungslinie heran.

Das Halbprisma kann leicht so gefasst werden, dass man die nöthige Justirung vorzunehmen im Stande ist, während man in den Apparat hineinsieht.

Es wird sich übrigens empfehlen, auch die übrigen Polarisationsprismen mit etwas geneigten Endflächen zu versehen, um alle Reflexe in der Richtung der Axe des Apparates zu vermeiden.

Die beschriebenen Prismen geben in parallelem Lichte nicht nur, sondern auch bei divergentem oder convergentem Lichte, wenn der Divergenzwinkel eine gewisse Grenze, vielleicht 3 oder 4 Grade nicht übersteigt, ein vollkommen normales und gleichförmiges Gesichtsfeld, das ich mindestens auf 3° schätzen möchte und das selbst bei Anwendung von Sonnenlicht keine Andeutung des dunkeln (Eliminations-)Streifens zeigt. Es sei noch bemerkt, dass die Polarisatoren richtig justirt sind, wenn ihre Hauptschnittsebenen der Drehungsaxe des Analysators, die zugleich optische Axe des Fernrohres ist, parallel liegen. Wegen der normalen Gesichtsfelder braucht übrigens diese Justirung nicht mit aller Schärfe ausgeführt zu werden. Als ich absichtlich der Hauptschnittsebene des einen Polarisators eine Neigung von einigen Graden gegen die Axe gab, differirten die Einstellungen bei 0° und 180° nur um 20—30 Secunden.

Ein Gesichtsfeld, das bei Anwendung sehr intensiver Lichtquellen z. B. des Sonnenlichtes und gekreuzten Prismen vollkommen dunkel wäre, habe ich trotz aller Vorsicht nicht erzielen können. Nach den früheren Bemerkungen über den Ursprung des zerstreuten Lichtes dürfte es auch kaum möglich sein, dasselbe ganz unschädlich zu machen.

Überdies rührt ein Theil der Aufhellung bei gekreuzten Polarisatoren mit normalem Gesichtsfelde gewiss nicht von zerstreutem Lichte her, wie sich aus mancherlei Beobachtungen schliessen lässt; eine der auffallendsten, die ich gemacht habe, war die folgende. Als ich die oben erwähnten Prismen von Schmidt und Haensch mit einem Prisma von Dr. Steeg und Reuter, das kein normales Gesichtsfeld hatte, combinirte, zeigte sich der dunkle Streifen sehr schön, jedoch nur bei einer bestimmten Lage; kehrte ich die Prismen um, so dass die Fläche, die früher dem Beobachter, nunmehr dem einfallenden Lichte zugewendet war, so verblasste der Streifen so sehr, dass kaum eine Andeutung desselben übrig blieb. Combinationen zwischen anderen Polarisatoren zeigten ähnliche Erscheinungen jedoch in sehr verschiedenem Grade. Diese Thatsache dürfte wohl nur zu erklären sein, wenn man annimmt, dass die Polarisatoren überhaupt kein vollständig geradlinig polarisirtes, sondern in verschiedenem Grade elliptiseh polarisirtes Licht liefern, was vielleicht auf eine unvollkommene Homogeneität des Materiales zurückzuführen wäre. Jedenfalls ist diese Erscheinung einer eingehenderen Untersuchung ebenso werth, wie noch manche andere, z. B. die zwar geringfügige, aber doch zuweilen sehr deutlich hervortretende verschiedene Färbung des dunkeln Streifens, bläulich an dem einen, gelblich an dem andern Rande, die den Eindruck macht, als wäre am Kalkspath eine geringe Dispersion der Hauptschnitte vorhanden.

VI.

Aus den zuletzt beschriebenen, von Dr. Steeg und Reuter verfertigten Prismen wurde ein Halbschattenpolarisator zusammengesetzt, dessen Diaphragma einen Durchmesser von 8 Mm. hatte und als Analysator wurde eines der beiden Prismen von Schmidt und Haensch benützt, dass mit einem Diaphragma von 12 Mm.

Durchmesser versehen war. Die folgenden, mit diesen Prismen angestellten Versuche hatten den Zweck, die Genauigkeit zu ermitteln, die mit einem Halbschattenapparate ohne Collimator erzielt werden kann. Die Prismen waren an dem Polarimeter angebracht, das in meiner ersten Arbeit über polaristrobometrische Methoden Art. XI beschrieben wurde. Die Collimatorlinse dieses Apparates wurde als Beleuchtungslinse verwendet, das Fernrohr vergrösserte beiläufig 7- bis 8mal und die Entfernung zwichen Polarisator und Analysator betrug 45 Ctm. Der Apparat war auf eine Marmorplatte gestellt, die ihrerseits mit drei Stützen auf einer gewöhnlichen Tischplatte ruhte; diese Aufstellung erwies sich als vollkommen geeignet, um die relative Lage der beiden Theile, aus denen das Polarimeter besteht, unverändert zu erhalten. Alles fremde Licht wurde sorgfältig abgehalten, insbesondere wurde darauf geachtet, dass nicht etwa von der vorderen Fläche des Halbprismas Licht nach dem Analyseur reflectirt werde. Active oder inactive Substanzen waren nicht eingeschaltet.

In den folgenden Tabellen enthalten die mit A bezeichneten Columnen die Ablesungen mit Weglassung der Grade und wenn auch die Minuten constant bleiben, der Minuten; die mit D überschriebenen Columnen enthalten die Abweichungen vom Mittel, die mit m, F_m, F_w bezeichneten Zeilen, die arithmetischen Mittel, die mittleren und wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung und endlich die mit ε bezeichneten Zeilen die Winkel, welche die Hauptschnitte des Polarisators bilden.

Das beobachtende Auge wurde nicht besonders geschützt, die Einstellungen an den Mikroskopen wurden vielmehr mit demselben Auge ausgeführt. Bei der Einstellung des Analysators bin ich so vorgegangen, dass ich zuerst ziemlich rasch soweit drehte, dass die Gleichheit der Gesichtsfeldhälften erreicht schien, dann das Auge schloss, oder zur Seite blickte, hierauf möglichst langsam die Gleichstellung corrigirte, wieder das Auge schloss u. s. f. immer in demselben Sinne drehend. Wurde hiebei die Gleichheit der Hälften überschritten, so drehte ich den Analysator hinreichend weit zurück und begann die Drehung in demselben Sinne wie früher von Neuem. Es zeigte sich nämlich, besonders wenn die Aufmerksamkeit auf die Trennungslinie gerichtet war,

dass die Einstellungen stärker differiren, wenn man das einemal z. B. von rechts dunkel und links hell, das andere Mal von links dunkel und rechts hell zur Gleichheit übergeht, als wenn man die Einstellungen immer in demselben Sinne macht, was wohl davon herrühren mag, dass sich die beiden Seiten der Trennungslinie doch nicht absolut gleich verhalten.

Zu den Beobachtungen Nr. 1 bis Nr. 3 diente als Lichtquelle eine Natriumflamme, die mittelst eines Spaltbrenners erzeugt wurde. Bei Nr 1 war die Soda zwischen zwei parallelen starken Platindrähten eingeschmolzen, der leuchtende Theil der Flamme sehr breit, aber lichtschwach; bei Nr. 2 und Nr. 3 wurde eine sehr kleine Sodaperle auf feinem Platindraht in die Flamme eingeführt, die Perle musste während der Beobachtungsreihe Nr. 3 dreimal erneuert werden. Dennoch waren in Folge der Wirkung der Beleuchtungslinse keine sprungweisen Änderungen an den Einstellungen bemerkbar. Die Helligkeit war jetzt bedeutend grösser als bei Nr. 1.

	Nr. 1		Nr. 2		Nr. 3	
ε	2°30'		1°15'		1°15'	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	2'34"	—32"	84"	—13"	75"	— 1"3
	2 6	— 4	80	— 9	60	+13·7
	1 35	+27	59	+12	68	+ 5·7
	1 40	+22	58	+13	88	—14·3
	2 4	— 2	74	— 3	86	—12·3
	2 55	—53			84	—10·3
	1 45	+17			68	+ 5·7
	2 27	—25			60	+13·7
	1 24	+38			70	+ 3·7
	1 48	+14			78	— 4·3
m	2 2		71		73·7	
F_m	±29"			±12		±10"4
F_w	±19·5			± 8		± 7

Für einen Halbschattenapparat mit Laurent'scher Platte wird der wahrscheinliche Fehler zu ±1 Minute angegeben; gewiss wird derselbe noch kleiner ausfallen, wenn man die hier angegebenen Verbesserungen bezüglich der Beleuchtung, des

Fernrohres u. s. f. auch bei den Laurent'schen Instrumenten berücksichtigt. Es bleibt aber noch zu erwägen, dass die elliptische Polarisation jener Lichtsorten die das Licht von der Wellenlänge, für welche die Platte geschliffen ist, immer begleiten werden, die Genauigkeit der Einstellung beeinträchtigen muss und dass die Platte, wenn sie nicht genau planparallel geschliffen ist, kein gleichförmig helles Gesichtsfeld erzeugen kann. Demnach dürfte die oben angegebene Construction des Halbschattenpolarisators selbst für monochromatisches Licht den Vorzug verdienen.

Für die weiteren Beobachtungen suchte ich eine möglichst constante und intensive Lichtquelle zu verwenden. Sie bestand in einem Argandgasbrenner, der nach Töpler's Angabe von einem, inwendig mit weissem Thon ausgefütterten Blechcylinder umhüllt war; die Breite der Öffnung in der Mantelfläche dieses Cylinders konnte beliebig verändert werden.

Es war beabsichtigt, die Abhängigkeit zu ermitteln, in welcher die Genauigkeit der Einstellungen zu der Grösse der Beschattung des Gesichtsfeldes oder zu dem Winkel der Hauptschnitte des Halbschattenpolarisators und zu der Helligkeit der Lichtquelle steht. Zugleich sollte über die Grösse des Einflusses ein Anhaltspunkt gewonnen werden, den die Veränderlichkeit des Auges in Bezug auf die Wahrnehmung von Helligkeitsunterschieden bei derartigen Messungen hat. Diese Veränderlichkeit zeigt sich, namentlich wenn Beobachtungen an verschiedenen Tagen oder Tageszeiten mit einander verglichen werden, so bedeutend, dass eine genauere Feststellung der oberwähnten Abhängigkeit nicht möglich ist, falls nicht naheliegende und ganz besondere Vorsichtsmassregeln angewendet werden, die jedoch gewöhnlich beim praktischen Gebrauche des Instrumentes nicht getroffen werden können und daher hier unberücksichtigt gelassen sind. Im Folgenden sind in jeder Tabelle aus einer grösseren Reihe von Beobachtungen nur jene vereinigt, die ohne bedeutende Unterbrechung nach einander ausgeführt wurden.

Zwischen den Beobachtungsreihen Nr. 4 und Nr. 5 wurde eine Änderung an der Centrirung des Apparates vorgenommen, wesshalb die Mittel aus den Einstellungen nicht übereinstimmen.

	Nr. 4		Nr. 5	
ε	21ʹ5		21ʹ5	
	A	*D*	*A*	*D*
	19°	—5°	21	+1°
	15	—1	28	—6
	15	—1	26	—4
	11	+3	25	—3
	17	—3	20	+2
	8	+6	25	—3
	16	—2	19	+3
	13	+1	22	0
	15	—1	17	+5
	13	+1	19	+3
m	14		22	
F_m		±3°		±3°6
F_w		±2		±2·4

Mit der Änderung von ε, ändert sich natürlich auch die Einstellung; man gewinnt desshalb aus den unmittelbar folgenden Angaben kein Urtheil über die Unveränderlichkeit des Apparates. Dieselbe war jedoch eine vollkommen ausreichende, indem die Mittel aus Einstellungen die an einem Tage und den darauf folgenden bei gleichbleibendem ε gemacht wurden bis auf Grössen übereinstimmten, die innerhalb des wahrscheinlichen Fehlers des Resultates lagen, wie ich mich wiederholt überzeugt habe und aus einigen weiter unten folgenden Beobachtungen ersichtlich wird.

	Nr. 6		Nr. 7		Nr. 8	
ε	37ʹ		46ʹ		10ʹ	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	52°	—7	9°	+0°5	6°	+0°8
	45	0	13	—3·5	7	—0·2
	38	+7	12	—2·5	12	—5·2
	45	0	5	+4·5	5	+1·8
	48	—3	7	+2·5	10	—3·2
	50	—5	5	+4·5	5	+1·8
	43	+2	5	+4·5	9	—2·2
	48	—3	19	—9·5	5	+1·8

	Nr. 6		Nr. 7		Nr. 8	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	50"	—5"	5"	+4"5	3"	+3"8
	42	+3	12	—2·5	6	+0·8
	39	+6	8	+1·5		
	40	+2	14	—4·5		
m	45		9·5		6·8	
F_m		±4"5		±3"6		±2"7
F_w		±3·0		±2·4		±1·8

Der wahrscheinliche Fehler in Nr. 8 ist der kleinste, den ich unter Anwendung der oben angegebenen Lichtquelle erhalten habe. Andere Beobachtungsreihen für einen Werth von ε, der nahe an 1°10' lag, ergaben etwas grössere wahrscheinliche Fehler, zwischen 2" und 3"

	Nr. 9		Nr. 10		Nr. 11	
ε	1°13'		1°32'		1°48'	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	9"	+3"5	16"	— 3"3	21"	— 9"
	16	—3·5	3	+ 9·7	25	—13
	10	+2·5	1	+11·7	16	— 4
	12	+0·5	18	— 5·3	4	+ 8
	17	—4·5	17	— 4·3	8	+ 4
	17	—4·5	14	— 1·3	5	+ 7
	17	—4·5	25	—12·3	0	+12
	5	+7·5	6	+ 6·7	15	— 3
	10	+2·5	14	— 1·3	12	0
	12	+0·5			4	+ 8
					20	— 8
					16	— 4
m	12·5		12·7		12	
F_m		±4"1		±7"8		±7"9
F_w		±2"7		±5"2		±5·3

Schon bei = 2° war die Helligkeit für mein Auge entschieden zu gross und die Einstellungen ermüdeten dasselbe bedeutender als bei geringeren Helligkeiten.

	Nr. 12		Nr. 13		Nr. 14.	
ε	2° 3'		2° 45'		3° 20'	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	4^{r}	$+21^{r}$	50^{r}	-21^{r}	27^{r}	$+ 4^{r}$
	19	+ 6	0	+29	66	−35
	23	+ 2	47	−18	55	−24
	15	+10	36	− 7	20	+11
	26	− 1	16	+13	10	+21
	30	− 5	45	−16	9	+22
	11	+14	31	− 2	33	− 2
	39	−14	1	+28	42	− 9
	21	+ 4	32	− 4	21	+10
	36	−11			35	− 4
	11	+14			34	− 3
					12	+19
					18	+13
					48	−17
m	25		29		31	
F_m		±11^{r}5		±19^{r}0		±17^{r}3
F_w		± 7·7		±13·0		±11·7

Um die Helligkeit des Gesichtsfeldes bei constantem Werthe von ε zu verändern, habe ich vor dem Analysator Diaphragmen von verschiedenem Durchmesser angebracht, welche in den folgenden Tabellen mit d bezeichnet sind. Das Diaphragma $d = 12^{mm}$ war dasselbe wie in Nr. 14 und die Vergleichung der Mittelwerthe in Nr. 14, Nr. 15 und Nr. 16 lassen die Unveränderlichkeit des Apparates selbst für grössere Zeitintervalle (zwischen Nr. 14 einerseits und Nr. 15 und Nr. 16 anderseits liegt ein Zeitraum von einem Tage) deutlich erkennen.

	Nr. 15		Nr. 16	
ε	3° 20'		3° 20'	
d	12^{mm}		6^{mm}	
	A	*D*	*A*	*D*
	26^{v}	$+ 6^{v}$	30^{v}	$+ 6^{v}$
	42	—10	40	— 4
	7	+25	50	—14
	57	—25	18	+18
	22	+10	28	+ 8
	22	+10	52	—16
	21	+ 9	46	—10
	32	0	17	+19
	41	—19	40	— 4
	39	— 7	42	— 6
m	32		36	
F_m		$\pm 15^{v}3$		$\pm 12^{v}5$
F_w		±10·4		± 8·4

Der Spaltöffnung im Mantel des Argandbrenners wurde ferner verschiedene Breite *b* gegeben, in Folge der getroffenen Anordnung des Apparates müssen sich dann die Helligkeiten des Gesichtsfeldes bei constantem ε sehr nahe wie die Spaltbreiten verhalten, und zwar sehr nahe und nicht genau desshalb, weil das Diaphragma vor dem Analysator, auf welches das Spaltbild projicirt wird, kreisförmig ist. Der Winkel ε wurde bei den verschiedenen Spaltbreiten so regulirt, dass die Helligkeit des Gesichtsfeldes, soweit dieses durch blosse Schätzung erreichbar war, dieselbe blieb und zwar dieselbe wie in Nr. 10; es ergaben sich dann die folgenden Einstellungen:

	Nr. 17		Nr. 18		Nr. 19	
ε	1° 26'		1° 47'		2° 12'	
b	6^{mm}		4^{mm}		2^{mm}	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	11^{v}	$—0^{v}4$	8^{v}	$+0^{v}5$	6^{v}	$+ 6^{v}4$
	4	+6·6	13	—4·5	18	— 5·6
	10	+0·6	8	+0·5	25	—12·6
	15	—4·4	6	+2·5	7	+ 5·4
	11	—0·4	10	—1·5	12	+ 0·4

	Nr. 17		Nr. 18		Nr. 19	
	A	*D*	*A*	*D*	*A*	*D*
	13°	—2°4	13°	—4°5	15°	— 2°6
	12	—1·4	12	—3·5	6	+ 6·4
	13	—2·4	4	+4·5	12	+ 0·4
	6	+4·6	6	+2·5	7	+ 5·4
	11	—0·4	5	+3·5	12	+ 0·4
					17	— 4·6
					12	+ 0·4
m	10·6		8·5		12·4	
F_m	±3°3		±3°4		±5°7	
F_w	±2·2		±2·3		±3·8	

VII.

Die sämmtlichen angeführten Zahlenwerthe zeigen, welch' überraschend grosse Genauigkeit sich schon bei mässiger Helligkeit der Lichtquelle durch entsprechende Construction des Apparates erreichen lässt. Die Genauigkeit hängt aber nicht nur von der richtigen Construction des Apparates ab, sondern auch von der Helligkeit der Lichtquelle und der Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede, und diesbezüglich will ich hier auf die Formel zurückkommen, die ich schon in meiner ersten Abhandlung über polaristrobometrische Methoden auf S. 203 angeführt habe, und deren theilweise experimentelle Prüfung durch die obigen Beobachtungsreihen ebenfalls erfolgen sollte.

Bezeichnen wir mit k die Helligkeit des Gesichtsfeldes bei gegebener Lichtquelle, wenn die Hauptschnitte sämmtlicher Polarisatoren zusammenfallen, mit J die Helligkeit des Gesichtsfeldes, wenn die Hauptschnitte des Polarisators mit einander den Winkel ε einschliessen und der Analysator auf gleiche Helligkeit der Gesichtsfeldhälften eingestellt ist. Es wird dann

$$J = k\cos^2\psi = k\sin^2\varphi,$$

wenn

$$\psi = \frac{\pi}{2} - \varphi$$

der Winkel ist, den der Hauptschnitt des Analysators mit dem Hauptschnitte des vollen Prismas am Polarisator bildet. Nach dem früher im Art. III Bemerkten ist φ nicht genau gleich $^1/_2\,\varepsilon$, sondern etwas kleiner; dieser Werth von φ wurde für die obigen Beobachtungsreihen jedesmal bestimmt.

Ist ferner $\Delta_1 J$ die Helligkeitsänderung in der nicht vom Halbprisma bedeckten Gesichtsfeldhälfte, welche einer Drehung des Analysators um $\Delta\varphi$ entspricht, so wird

$$\frac{\Delta_1 J}{J} = 2 \cot\text{an}\,\varphi\,.\,\Delta\varphi$$

und hieraus weiter, wenn man in

$$\cot\text{an}\,.\,\varphi = \sqrt{\frac{k}{J} - 1}$$

die Einheit gegen $\frac{k}{J}$, das bei wirklichen Messungen immer eine grosse Zahl ist, vernachlässiget und mit ΔJ die Helligkeitsdifferenz der beiden Gesichtsfeldhälften bezeichnet sehr nahe

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta J}{J}\,\frac{\tan\varphi}{4} = \frac{\Delta J}{J}\,\frac{\sqrt{J}}{4\sqrt{k}}.$$

Für ΔJ wollen wir jene Helligkeitsänderung nehmen, welche bei der mittleren Intensität J eben an der Grenze der Wahrnehmbarkeit liegt. Dann wäre $\Delta\varphi$ nahe gleich dem grössten Einstellungsfehler, der in einer grösseren Zahl von Einstellungen vorkommen kann und dieser ist wieder, wie ich mich durch specielle Versuche überzeugt habe und wie auch aus den angeführten Beobachtungsreihen hervorgeht, im Mittel sehr nahe gleich dem doppelten wahrscheinlichen Fehler. Nennen wir also diesen letzteren $\Delta\varphi_1$ so können wir setzen

a)... $$\frac{\Delta J}{J} = 8 \cot\text{an}\,\varphi\,.\,\Delta\varphi_1$$

b)... $$\Delta\varphi_1 = \frac{\Delta J}{J}\,\frac{\tan\varphi}{8} = \frac{\Delta J}{J}\,\frac{\sqrt{J}}{8\sqrt{k}}$$

Wäre $\frac{\Delta J}{J}$ constant, d. h. unabhängig von J, so würde eine untere Grenze für $\Delta\varphi_1$ nur gesetzt sein durch die jedenfalls äus-

serst kleine Lichtintensität, die überhaupt noch eine merkbare Empfindung hervorruft und bis zu welcher dann die Beschattung getrieben werden müsste, um den kleinstmöglichsten wahrscheinlichen Fehler zu erhalten, natürlich unter der Voraussetzung, dass die Polarisationsprismen bei der gegebenen Lichtquelle diesen Grad der Beschattung erreichen lassen. Es müsste alsdann, wenn man bei grosser Beschattung beginnend, zu immer geringeren Graden derselben fortschreitet, der wahrscheinliche Fehler fortwährend wachsen, was jedoch, wie die Beobachtungen von Nr. 6 bis Nr. 14 zeigen, nicht der Fall ist. Vielmehr nähert sich F_w zuerst allerdings sehr langsam einem Minimum (für unsere Lichtquelle nahe bei $\varepsilon = 1° \ 10'$), um alsdann bei weiter wachsendem J oder ε rasch anzusteigen. Immerhin zeigen aber diese Beobachtungen, dass es vortheilhafter ist, zu grosse als zu geringe Beschattung zu wählen.

Wir haben demnach anzunehmen, dass $\frac{\Delta J}{J}$ Function von J,

$$\frac{\Delta J}{J} = f(J) = f(k \sin^2 \varphi)$$

sei und der Verlauf dieser Function lässt sich wenigstens beiläufig aus den Beobachtungen mit Hilfe der Gleichung a) entnehmen, zu welchem Zwecke die Zahlenwerthe in der folgenden Tabelle zusammengestellt wurden.

Nr.	6	7	8	9	10	11	12	13	14
φ	18'	22'5	34'5	35'5	44'5	52'	59'	1°19'	1°35'
$\Delta\varphi_1$	3	2"4	1"8	2"7	5"2	5"3	7"7	13"	11"7
$\frac{\Delta J}{J}$	$\frac{1}{44}$	$\frac{1}{68}$	$\frac{1}{140}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{73}$	$\frac{1}{57}$	$\frac{1}{46}$	$\frac{1}{48}$
J	1	1·3	3·3	3·4	6	8	11	19	28

Nr.	17	18	19
φ	41'5	51'5	1° 3'
$\Delta\varphi_1$	2"2	2"3	3"8
$\frac{\Delta J}{J}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{156}$	$\frac{1}{121}$

Der reciproke Werth von $\frac{\Delta J}{J}$ kann als Mass für die Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede genommen

werden und man sieht demnach, dass diese Empfindlichkeit zuerst mit wachsender Helligkeit rasch ein Maximum erreicht (das übrigens noch immer bei kleiner mittlerer Helligkeit liegt) und sodann wieder, jedoch sehr langsam abnimmt. Ferner ergeben sich für die Unterschiedsempfindlichkeit Werthe, die etwas grösser sind als sonst angegeben wird,[1] insbesondere gilt dieses von dem in Nr. 18 auftretenden Werthe.

Überhaupt dürfte der Apparat zu physiologischen Untersuchungen über die Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsunterschiede ganz geeignet sein und würde den Vortheil darbieten, dass auch die Spectralfarben unter genau gleichen Umständen wie das weisse Licht, namentlich bei gleicher und hinreichender Grösse der zu vergleichenden leuchtenden Flächen untersucht werden können.

Als weitere Folgerung aus Gleichung *b*) möge ferner hervorgehoben werden, dass die grösste Empfindlichkeit des Apparates nicht zusammenfällt mit der grössten Empfindlichkeit des Auges für Helligkeitsdifferenzen, denn das Minimum von $\Delta\varphi_1$ tritt für einen andern Werth von φ oder der Grösse der Beschattung ein als das Minimum für $\frac{\Delta J}{J}$ und zwar liegt das erstere, wie eine leichte Überlegung zeigt, bei einer Helligkeit, die geringer ist als diejenige, für welche das Minimum von $\frac{\Delta J}{J}$ eintritt. Auch in dieser Beziehung ist es zweckmässig, die Beschattung eher zu gross als zu klein zu wählen. In den oben angegebenen Zahlenwerthen tritt dieser Umstand zwar nicht zu Tage, würde man aber in Nr. 7 den Werth von $\frac{J}{\Delta J}$ statt zu 68, zu 100 annehmen, so erhielte man schon für $\Delta\varphi_1$ statt 2'4 die Zahl 1'6, also kleiner als $\Delta\varphi_1$ in Nr. 8. Durch sorgfältige Adaptirung des Auges für Dunkelheit dürfte es in der That möglich sein, die Empfindlichkeit bei geringeren Helligkeiten zu vergrössern und hiedurch die Genauigkeit des Apparates bei Messungen von sehr subtiler Natur, noch mehr zu steigern.

---

[1] Vergl. Helmholtz' physiologische Optik, S. 311.

Für grössere Werthe von φ, für welche das Minimum von $\frac{\Delta J}{J}$ bereits überschritten ist, wird $\Delta\varphi_1$, wie ebenfalls aus Gleichung **) hervorgeht, kleiner gemacht werden können, wenn man die Helligkeit der Lichtquelle verringert. Hiemit in Übereinstimmung sind die Beobachtungsreihen Nr. 15 und Nr. 16.

Gibt man aber bei verschiedenen Helligkeiten der Lichtquelle dem J durch entsprechende Wahl von φ immer denselben Werth, so dass also auch $\frac{\Delta J}{J}$ constant bleibt, so sollten sich die φ_1 sehr nahe verkehrt wie die Quadratwurzeln aus k verhalten. Für die Beobachtungsreihen Nr. 17 und Nr. 19 war nun das Helligkeitsverhältniss 3 : 1 und der Quotient der wahrscheinlichen Fehler $3 \cdot 8 : 22 = 1 \cdot 73$ ist in der That sehr nahe $= \sqrt{3}$.

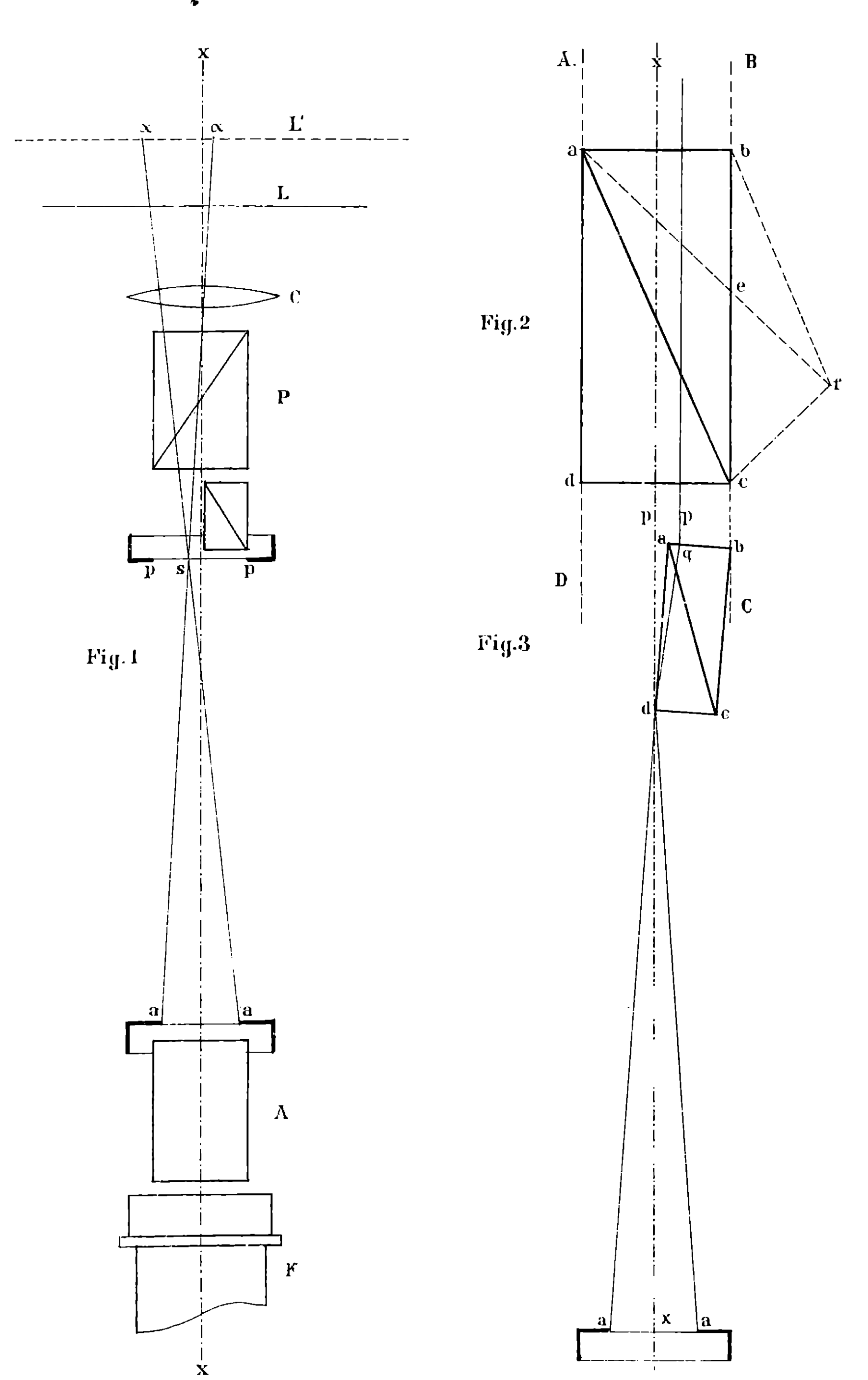
Somit dürften auch die theoretischen Folgerungen mit den Ergebnissen der Versuche in guter Übereinstimmung sich befinden, soweit eine solche bei der grossen Veränderlichkeit, welcher die Empfindlichkeit des Auges unterliegt, erwartet werden kann.

Wie schon oben bemerkt, wurden die angeführten Versuche ohne Einschaltung einer activen Substanz gemacht. Durch die Einschaltung von Flüssigkeitsröhren können nun leicht Fehler in die Messungen gebracht werden, welche den wahrscheinlichen Fehler einer Bestimmung weit übertreffen.

Diese Fehler, ganz abgesehen von der Verminderung der Genauigkeit durch trübe oder ungleichförmig dichte Flüssigkeiten, haben ihren Grund einestheils in der prismatischen Ablenkung der Flüssigkeitsröhren bedingt durch unvollkommene Parallelität der Endflächen und der Verschlussplatten, anderseits in der Doppelbrechung des Glases der Verschlussplatten. Der erstgenannte Fehler lässt sich leicht durch exacte Ausführung, namentlich unter Anwendung von Polarisatoren mit normalem Gesichtsfelde, bei welchen eine kleine Änderung in der Neigung der durchgehenden Strahlen gegen die Längsaxe der Prismen von geringem Einfluss ist, hinreichend klein machen. Viel schwieriger ist es, die Doppelbrechung des Glases zu beseitigen, die noch überdies durch das Anpressen der Glasplatten an die Endflächen der Röhren und durch ungleichförmige Erwärmung verschiedene Grösse an einer und derselben Platte erreichen kann.

Die genannten Fehler sind ferner von der Orientirung der Röhre abhängig und ändern sich im Allgemeinen beim Drehen derselben um ihre Axe. Die Fehler wegen eines noch vorhandenen geringeren Grades der Doppelbrechung des Glases wird man am einfachsten dadurch vermeiden, dass man die Nullpunktsbestimmung bei leerer, aber bereits mit den Verschlussplatten versehenen Röhre vornimmt und sodann, ohne die Röhre von ihrem Platze zu bringen, dieselbe füllt, was vermittelst seitlich eingesetzter und eingeschliffener Röhrchen durch Ansaugen leicht geschehen kann. Es wird dann auch ein weit geringerer Druck für die Verschlussplatten genügen, als wenn man die Röhre in verticaler Lage zu füllen hat.

Endlich wäre bei Bestimmung grösserer Drehungswinkel mit einer Genauigkeit von einigen Bogensecunden auch der Einfluss des Erdmagnetismus nicht zu übersehen und um diesen zu vermeiden, die Axe des Apparates senkrecht zum magnetischen Meridian zu stellen.



Druck v. J. Barth Wien.